|  |  |
| --- | --- |
| Группа: М3213  Студент: Ершова Мария Сергеевна  Преподаватель: Шоев Владислав Иванович | К работе допущен\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Работа выполнена\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Отчёт принят\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

**Рабочий протокол и отчёт по  
лабораторной работе №1.04**

Исследование распределения случайной величины

1. Цель работы.

1. Проверка основного закона динамики вращения.
2. Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Измерение времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине.
2. Расчёт ускорения груза, углового ускорения крестовины и момента силы натяжения нити.
3. Расчёт момента инерции крестовины с утяжелителями и момента силы трения.
4. Исследование зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения. Проверка основного закона динамики вращения.
5. Исследование зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения. Проверка теоремы Штейнера.

3. Объект исследования

Вращательное движение маятника Обербека с привязанным к нему грузом в зависимости от массы груза и момента инерции маятника (расстоянию от центра до утяжелителей).

4. Метод экспериментального исследования

Лабораторный.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

*m* - масса,

𝑇 - натяжения нити,

ℎ - расстояние, пройденное грузом за время 𝑡 от начала движения,

𝜀 - угловое ускорение крестовины,

𝑑 - диаметр ступицы,

*M* - момент этой силы,

𝐼 - момент инерции крестовины с утяжелителями,

𝐼0 - сумма моментов инерции стрежней крестовины, момента инерции ступицы и собственных центральных моментов инерции утяжелителей,

𝑀тр - момент силы трения,

𝑙1 – расстояние от оси вращения до первой риски,

n – номер риски, на которой установлены утяжелители,

𝑙0 – расстояние между соседним рисками,

b – размер утяжелителя вдоль спицы,

𝑚ут – четверть от углового коэффициента наклона этой зависимости,

Равноускоренное движение груза под действием векторной суммы силы тяжести 𝑚𝑔 и силы 𝑇 натяжения нити (1):

Ускорение можно вычислить по формуле (2):

Угловое ускорение 𝜀 крестовины (3):

Используя уравнение (1), выразим силу натяжения нити (4):

Момент этой силы (5):

Основной закон динамики вращения для крестовины (6):

Момент инерции крестовины (7):

Из формулы (6) следует, что теоретическая связь между моментом силы натяжения нити и угловым ускорением крестовины описывается уравнением (8):

Расстояние между осью O вращения и центром С утяжелителя (9):

Диаметр ступицы: d = (46.0 ± 0.5) мм

Высота сброса груза: h = (700 ± 0.5) мм

6. Измерительные приборы.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Наименование | Тип прибора | Используемый диапазон | Погрешность прибора |
| 1 | Секундомер | цифровой | 15 с | 10 мc |
| 2 | Линейка | аналоговый | 700 мм | 0.5 мм |

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

Изображение выглядит как зарисовка, рисунок, диаграмма, круг

Автоматически созданное описание

В состав установки входят:

1. Основание
2. Рукоятка сцепления крестовин
3. Устройства принудительного трения
4. Поперечина
5. Груз крестовины
6. Трубчатая направляющая
7. Передняя крестовина
8. Задняя крестовина
9. Шайбы каретки
10. Каретка
11. Система передних стоек

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчётов).

Таблица 1: Протокол измерений времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Масса груза, г | Положение утяжелителей | | | | | |  |
| 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |  |
| 𝑚1 | 4,74 | 5,56 | 6,87 | 7,43 | 8,65 | 9,29 | t1 |
| 4,85 | 5,61 | 6,62 | 7,32 | 8,54 | 9,33 | t2 |
| 4,61 | 5,67 | 6,59 | 7,37 | 8,61 | 9,41 | t3 |
| 4,73 | 5,61 | 6,69 | 7,37 | 8,60 | 9,34 | tср |
| 𝑚2 | 3,49 | 3,89 | 4,74 | 5,67 | 5,83 | 6,87 | t1 |
| 3,67 | 3,91 | 4,91 | 5,53 | 5,91 | 6,81 | t2 |
| 3,79 | 3,78 | 4,76 | 5,61 | 5,93 | 6,92 | t3 |
| 3,65 | 3,86 | 4,80 | 5,60 | 5,89 | 6,87 | tср |
| 𝑚3 | 2,94 | 3,22 | 3,77 | 4,25 | 4,99 | 5,71 | t1 |
| 2,98 | 3,15 | 3,71 | 4,27 | 4,87 | 5,68 | t2 |
| 2,84 | 3,21 | 3,57 | 4,31 | 4,98 | 5,63 | t3 |
| 2,92 | 3,19 | 3,68 | 4,28 | 4,95 | 5,67 | tср |
| 𝑚4 | 2,46 | 2,83 | 3,11 | 3,88 | 4,55 | 5,11 | t1 |
| 2,34 | 2,69 | 3,33 | 3,76 | 4,47 | 5,13 | t2 |
| 2,49 | 2,86 | 3,22 | 3,78 | 4,51 | 5,07 | t3 |
| 2,43 | 2,79 | 3,22 | 3,81 | 4,51 | 5,10 | tср |

9. Расчёт результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчётов).

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Масса груза, г |  | Положение утяжелителей | | | | | |
|  | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| 0,22 | a, м/с2 | 0,06 | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,02 | 0,02 |
| ε, рад/с2 | 2,72 | 1,93 | 1,36 | 1,12 | 0,82 | 0,70 |
| M, Н·м | 0,049 | 0,049 | 0,049 | 0,049 | 0,049 | 0,050 |
| 0,44 | a, м/с2 | 0,11 | 0,09 | 0,06 | 0,04 | 0,04 | 0,03 |
| ε, рад/с2 | 4,57 | 4,09 | 2,64 | 1,94 | 1,75 | 1,29 |
| M, Н·м | 0,098 | 0,098 | 0,099 | 0,099 | 0,099 | 0,099 |
| 0,66 | a, м/с2 | 0,16 | 0,14 | 0,10 | 0,08 | 0,06 | 0,04 |
| ε, рад/с2 | 7,14 | 5,97 | 4,49 | 3,33 | 2,49 | 1,89 |
| M, Н·м | 0,146 | 0,147 | 0,147 | 0,148 | 0,148 | 0,148 |
| 0,88 | a, м/с2 | 0,24 | 0,18 | 0,14 | 0,10 | 0,07 | 0,05 |
| ε, рад/с2 | 10,31 | 7,80 | 5,87 | 4,20 | 2,99 | 2,34 |
| M, Н·м | 0,194 | 0,195 | 0,196 | 0,196 | 0,197 | 0,197 |

Среднее время падения гири для всех масс гири и всех положениях утяжелителей на крестовине:

Используя найденные значения 𝑡ср рассчитаем ускорение 𝑎 груза:

Рассчитаем угловое ускорение 𝜀 крестовины:

Рассчитаем момент 𝑀 силы натяжения нити:

Методом наименьших квадратов найдем коэффициенты линейной зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения крестовины:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| I, кг·м2 | 0,019 | 0,025 | 0,032 | 0,046 | 0,067 | 0,089 |
| MТр, Н·м | 0,006 | -0,001 | 0,010 | 0,002 | -0,011 | -0,015 |

Для каждого положения утяжелителей найдем расстояние между осью O вращения и центром С утяжелителя по формуле:

Здесь 𝑙1 – расстояние от оси вращения до первой риски; n – номер риски, на которой установлены утяжелители; 𝑙0 – расстояние между соседним рисками; b – размер утяжелителя вдоль спицы.

l1 = (57 ± 0.5) мм

l0 = (25 ± 0.2) мм

b = (40 ± 0.5) мм

Также вычислим 𝑅2.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| I, кг·м2 | 0,019 | 0,025 | 0,032 | 0,046 | 0,067 | 0,089 |
| MТр, Н·м | 0,006 | -0,001 | 0,010 | 0,002 | -0,011 | -0,015 |
| R, м | 0,077 | 0,102 | 0,127 | 0,152 | 0,177 | 0,202 |
| R2, м2 | 0,006 | 0,010 | 0,016 | 0,023 | 0,031 | 0,041 |

Методом наименьших квадратов найдем коэффициенты линейной зависимости момента инерции от квадрата расстояния до утяжелителей I(R2):

10. Расчёт погрешности измерений (для прямых и косвенных измерений).

Коэффициент Стьюдента для α = 0.95, N = 3: t0.95,3 = 4.3

Для первого значения 𝑡ср рассчитаем погрешность среднего значения времени ∆𝑡:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| t1 | 0,30 | 0,14 | 0,38 | 0,14 | 0,14 | 0,15 |
| t2 | 0,37 | 0,17 | 0,23 | 0,17 | 0,13 | 0,14 |
| t3 | 0,18 | 0,09 | 0,25 | 0,08 | 0,17 | 0,10 |
| t4 | 0,20 | 0,23 | 0,27 | 0,16 | 0,10 | 0,08 |

Для первых значений 𝑎, 𝜀 и 𝑀 вычислим их погрешности и запишем соответствующие доверительные интервалы:

Для расчетов 𝑎 потребуются формулы (2) и (10):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| a1 | 0,008 | 0,002 | 0,004 | 0,001 | 0,001 | 0,001 |
| a2 | 0,022 | 0,008 | 0,006 | 0,003 | 0,002 | 0,001 |
| a3 | 0,020 | 0,008 | 0,014 | 0,003 | 0,004 | 0,002 |
| a4 | 0,038 | 0,029 | 0,023 | 0,008 | 0,003 | 0,002 |

Для расчетов 𝜀 потребуются формулы (3) и (10):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| 1 | 0,34 | 0,10 | 0,16 | 0,04 | 0,03 | 0,02 |
| 2 | 0,94 | 0,37 | 0,26 | 0,12 | 0,08 | 0,05 |
| 3 | 0,88 | 0,36 | 0,62 | 0,12 | 0,17 | 0,07 |
| 4 | 1,68 | 1,26 | 1,00 | 0,36 | 0,14 | 0,07 |

Для расчетов 𝑀 потребуются формулы (4) и (10):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| DM1 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 |
| DM2 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 |
| DM3 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 |
| DM4 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 |

Найдем погрешность коэффициентов I0 и mут зависимости I(R2):

Δmут = 0,08 кг

ΔI\_0 = 0,011 кг·м2

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

Линейная зависимость M(ε).

𝐼(ордината) – 𝑅2 (абсцисса). Отмечаем экспериментальные точки зависимости 𝐼(𝑅2).

12. Окончательные результаты.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Масса груза, г |  | Положение утяжелителей | | | | | |
|  | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| 0,22 | a, м/с2 | 0,06 | 0,04 | 0,03 | 0,03 | 0,02 | 0,02 |
| ε, рад/с2 | 2,72 | 1,93 | 1,36 | 1,12 | 0,82 | 0,70 |
| M, Н·м | 0,049 | 0,049 | 0,049 | 0,049 | 0,049 | 0,050 |
| 0,44 | a, м/с2 | 0,11 | 0,09 | 0,06 | 0,04 | 0,04 | 0,03 |
| ε, рад/с2 | 4,57 | 4,09 | 2,64 | 1,94 | 1,75 | 1,29 |
| M, Н·м | 0,098 | 0,098 | 0,099 | 0,099 | 0,099 | 0,099 |
| 0,66 | a, м/с2 | 0,16 | 0,14 | 0,10 | 0,08 | 0,06 | 0,04 |
| ε, рад/с2 | 7,14 | 5,97 | 4,49 | 3,33 | 2,49 | 1,89 |
| M, Н·м | 0,146 | 0,147 | 0,147 | 0,148 | 0,148 | 0,148 |
| 0,88 | a, м/с2 | 0,24 | 0,18 | 0,14 | 0,10 | 0,07 | 0,05 |
| ε, рад/с2 | 10,31 | 7,80 | 5,87 | 4,20 | 2,99 | 2,34 |
| M, Н·м | 0,194 | 0,195 | 0,196 | 0,196 | 0,197 | 0,197 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| I, кг·м2 | 0,019 | 0,025 | 0,032 | 0,046 | 0,067 | 0,089 |
| MТр, Н·м | 0,006 | -0,001 | 0,010 | 0,002 | -0,011 | -0,015 |
| R, м | 0,077 | 0,102 | 0,127 | 0,152 | 0,177 | 0,202 |
| R2, м2 | 0,006 | 0,010 | 0,016 | 0,023 | 0,031 | 0,041 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| t1 | 0,30 | 0,14 | 0,38 | 0,14 | 0,14 | 0,15 |
| t2 | 0,37 | 0,17 | 0,23 | 0,17 | 0,13 | 0,14 |
| t3 | 0,18 | 0,09 | 0,25 | 0,08 | 0,17 | 0,10 |
| t4 | 0,20 | 0,23 | 0,27 | 0,16 | 0,10 | 0,08 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| a1 | 0,008 | 0,002 | 0,004 | 0,001 | 0,001 | 0,001 |
| a2 | 0,022 | 0,008 | 0,006 | 0,003 | 0,002 | 0,001 |
| a3 | 0,020 | 0,008 | 0,014 | 0,003 | 0,004 | 0,002 |
| a4 | 0,038 | 0,029 | 0,023 | 0,008 | 0,003 | 0,002 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| 1 | 0,34 | 0,10 | 0,16 | 0,04 | 0,03 | 0,02 |
| 2 | 0,94 | 0,37 | 0,26 | 0,12 | 0,08 | 0,05 |
| 3 | 0,88 | 0,36 | 0,62 | 0,12 | 0,17 | 0,07 |
| 4 | 1,68 | 1,26 | 1,00 | 0,36 | 0,14 | 0,07 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 риска | 2 риска | 3 риска | 4 риска | 5 риска | 6 риска |
| DM1 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 |
| DM2 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | 0,001 |
| DM3 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 |
| DM4 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 |

Δmут = 0,08 кг

ΔI\_0 = 0,011 кг·м2

13. Выводы и анализ результатов работы.

Проверили основной закон вращения, экспериментально проверили и нашли зависимость момента инерции относительно положения масс относительно оси вращения.

14. Дополнительные задания.

15. Выполнение дополнительных заданий.

16. Замечания преподавателя (исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт).

***Примечание:*** 1. *Пункты 1–13 Протокола-отчета*

*обязательны для заполнения.*

* 1. *Необходимые исправления выполняют непосредственно в протоколе-отчете.*
  2. *Для построения графиков используют только миллиметровую бумагу.*
  3. *Приложения 1 и 2 вкладывают в бланк протокола-отчета.*